Odpowiednie dać rzeczy słowo

Gdy, z wiosną życia, duch Artysta
Poi się jej tchem jak motyle,
Wolno mu mówić tylko tyle:
„Ziemia – jest krągła – jest kulista!”

Lecz gdy późniejszych chłodów dreszcze
Drzew wzruszą, i kwiatki zlecą,
Wtedy dodać trzeba jeszcze:
„U biegunów – spłaszczona – nieco...”

Ponad wszystkie wasze uroki,
Ty! Poezjo, i ty, Wymowo,
Jeden – wiecznie będzie wysoki:
***
Odpowiednie dać rzeczy – słowo!

Cyprian K. Norwid, *Ogólniki*

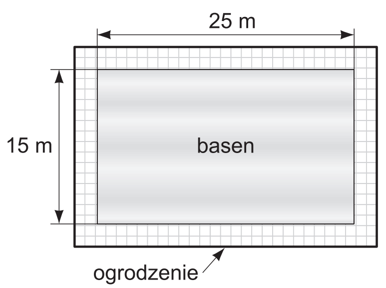
Egzaminacyjne wpadki najczęściej zdarzają się uczniom. Dowiadujemy się o nich szeroko ze statystyk, sprawozdań, omówień i analiz. Ale czasem wpadki zdarzają się także egzaminatorom. Te są tyleż wstydliwe, co skrzętnie ukrywane, gdyż przyznanie się do nich pociągałoby spore konsekwencje (np. konieczność unieważnienia zadania). Czy jednak ich przemilczanie nie stoi w sprzeczności ze zwykłą uczciwością? Poniższy tekst powinien być wielce pouczający dla obu stron egzaminacyjnej barykady.

Kiedy przeglądam zadania z egzaminów kompetencyjnych dla uczniów gimnazjum, nie mam zazwyczaj kłopotów z ich rozwiązaniem (nic dziwnego – nad każdym gimnazjalistą mam przewagę wynikającą z ukończenia studiów matematycznych), mam natomiast czasem problem ze wskazaniem odpowiedzi, bo wśród możliwych propozycji nie znajduję tej właściwej! Zobaczcie sami.

Zadanie 1. Rysunek 1 przedstawia widok z góry basenu kąpielowego. [...] Długość siatki potrzebnej do ogrodzenia basenu w odległości 3 m od jego krawędzi wynosi:

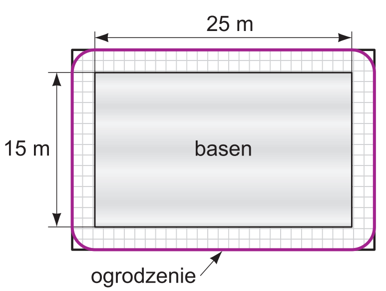
A) 62 m; B) 92 m; C) 86 m; D) 104 m.

[próbny egz. gimnazjalny 2006, woj. śląskie, zad. 19]



Rys. 1

Już na pierwszy rzut oka widać, że żadna z podanych odpowiedzi nie jest prawidłowa! Dlaczego? Bo nie zależy od π. A przecież, zgodnie z warunkami zadania, rysunek powinien wyglądać tak jak na rys. 2 (wystarczy przypomnieć sobie definicję odległości figur).



Rys. 2

To kolorowa linia jest poprowadzona „w odległości 3 m od krawędzi basenu”, bo każdy jej punkt leży w odległości 3 m od prostokąta ograniczającego basen (pogrubiony prostokąt z poprzedniego rysunku tego warunku nie spełnia). Zatem ogrodzenie składa się z czterech odcinków (dwóch o długości 25 m i dwóch o długości 15 m) oraz z czterech ćwiartek okręgu o promieniu 3 m.

W sumie długość ogrodzenia to $80+6\pi$ metrów, ale takiej odpowiedzi w arkuszu nie ma! Zapewne komisji egzaminacyjnej chodziło o rozwiązanie takiego zadania: *Rysunek przedstawia widok z góry basenu kąpielowego*. [...] *Długość siatki potrzebnej do ogrodzenia basenu wzdłuż zewnętrznej krawędzi chodnika o szerokości 3 m wynosi: A) 62 m; B) 92 m; C) 86 m; D) 104 m*, ale przecież to jest zupełnie inne zadanie.

Zadanie 2. Satelita geostacjonarny to taki, który dla obserwatora na Ziemi cały czas znajduje się w tym samym punkcie na niebie. Ile czasu trwa pełne okrążenie Ziemi przez satelitę geostacjonarnego?

A) 12 godzin; B) 28 dni; C) 24 godziny; D) 1 rok.

[egzamin gimnazjalny 2006, zad. 9]

I znów wśród podanych odpowiedzi nie znajduję poprawnej. Dlaczego? Przecież na podstawie definicji satelita geostacjonarny jest względem Ziemi nieruchomy, a więc nie może jej okrążać! To tak, jakby zapytać, po jakim czasie ziemniak leżący na polu lub gruszka wisząca na drzewie 2 m nad ziemią okrąży Ziemię. Owszem, satelita się porusza i coś okrąża, ale nie Ziemię, lecz oś jej obrotu. Zatem zadanie powinno brzmieć: *Ile czasu trwa pełny obrót satelity geostacjonarnego wokół osi obrotu Ziemi*?

Ponieważ powyższe zadanie pojawiło się w tegorocznych testach, chwyciłem za e-pióro i wysmarowałem list do Centralnej Komisji Egzaminacyjnej z prośbą o wyjaśnienie. Po kilku dniach otrzymałem obszerną odpowiedź. Oto jej fragment: *Zadanie było przed zastosowaniem standaryzowane i poddawane recenzowaniu przez nauczycieli i pracowników naukowych wyższych uczelni. Dla żadnego z recenzentów poprawność zadania nie budziła wątpliwości*. Czyżby CKE zabrakło argumentów merytorycznych i pozostały tylko „siłowe"? Otóż nie. Argumenty merytoryczne sformułował ekspert (czy raczej „ekspert"), którego wypowiedź poprzedzona była szeregiem tytułów naukowych, pełnionych funkcji, publikacji i osiągnięć. Oto jej fragment: *Zadanie dotyczące satelity geostacjonarnego jest sformułowane poprawnie. Satelity geostacjonarne poruszają się wokół Ziemi w płaszczyźnie równika ziemskiego, a czas pełnego obiegu takiego satelity jest równy dokładnie okresowi obrotu Ziemi dookoła własnej osi. Dlatego satelity geostacjonarne widziane na sferze niebieskiej pozostają nieruchome względem obserwatora znajdującego się w danym punkcie na powierzchni Ziemi. Satelita geostacjonarny jednak porusza się w przestrzeni po geocentrycznej orbicie kołowej, a jego prędkość liniowa na tej orbicie wynosi ok. 3 km/sek. Orbita geostacjonarna znajduje się 42 160 km od środka Ziemi*. Trudno się z tymi faktami nie zgodzić, choć ekspert najwyraźniej nie zrozumiał problemu i sam użył zdania: *satelity geostacjonarne poruszają się wokół Ziemi*, o które toczy się cały spór. Oczekiwałem raczej wyjaśnienia, kiedy coś porusza się wokół Ziemi, a kiedy to coś jest względem niej w spoczynku. Bo jeśli coś pozostaje w bezruchu względem Ziemi, to jej nie okrąża! Gdyby Ferdynand Magellan uznał niepodważalność naukowego autorytetu naszego eksperta, nie musiałby się tyle trudzić. Wystarczyłoby odczekać 24 godziny i ogłosić światu, że oto *okrążył Ziemię*.

Czy $\sqrt{2}$ można zapisać w postaci ułamka?

Odp.: Tak, np. $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

Czy między liczbami $\sqrt{2}$ i $\sqrt{3}$ można wstawić znak „>"?

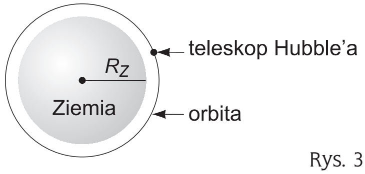
Odp.: Tak, bez problemu. O, proszę: $\sqrt{2} > \sqrt{3}$. Dało się.

Czy liczby $\sqrt{2}$ i $\sqrt{3}$ są sobie równe?

Odp.: Tak: $\sqrt{2} = \sqrt{2}$ i $\sqrt{3} = \sqrt{3}$

Jaka liczba jest większa od -6 trzykrotnie?

Odp.: Liczba od niej mniejsza o 12: $3 \cdot (-6) = -18$.



Rys. 3

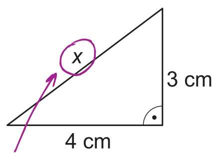
Zadanie 3. Teleskop Hubble'a znajduje się na orbicie okołoziemskiej na wysokości około 600 km nad Ziemią. Oblicz wartość prędkości, z jaką porusza się on wokół Ziemi, jeżeli czas jednego okrążenia Ziemi wynosi około 100 minut. Przyjmij $R_Z = 6400$ km, $\pi = \frac{22}{7}$.

[egz. gimnazjalny 2005, zad. 31]

Policz boki trójkąta, który powstaje z połączenia na mapie o skali 1 : 1 000 000 Warszawy, Krakowa i Gniezna.

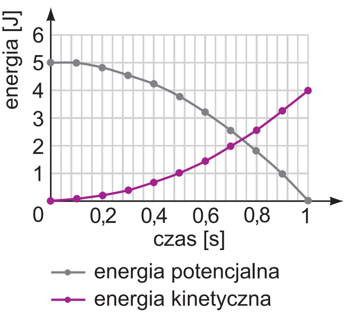
Odp.: Jeden, dwa, trzy

Znajdź *x*.



O, tutaj!

Zadanie wydaje się (egzaminatorom?) proste. Promień okręgu, po którym porusza się teleskop, wynosi: $6400 + 600 = 7000$ [km], w takim razie droga, jaką ma do pokonania, jest równa: $2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7000 = 44\,000$ [km], a prędkość wobec podanego czasu to 440 km/min, czyli 26400 km/godz. Koniec? Nie, bo właśnie w tym miejscu zaczynają się moje rozterki. Co oznacza stwierdzenie „czas jednego okrążenia Ziemi"? Jeśli założyć, że teleskop Hubble'a porusza się po okręgu w płaszczyźnie ziemskiego równika (rysunek może taką sytuację sugerować), to chodzi zapewne o czas potrzebny do tego, aby teleskop dokładnie jeden raz znalazł się nad każdym punktem równika (tzn. okrążył Ziemię i wrócił dokładnie nad ten punkt, w którym rozpoczęliśmy jego obserwację). W takim razie dane w zadaniu są niewystarczające, brakuje bowiem informacji o kierunku ruchu satelity (z zachodu na wschód lub odwrotnie) – przecież wiedzę o tym, że Ziemia wiruje wokół własnej osi, posiada każdy gimnazjalista. W ciągu 100 minut ustalony punkt na równiku pokona drogę ok. 2794 km i tę wielkość należy dodać do drogi pokonywanej przez teleskop lub od niej odjąć. W podanej wersji zadanie nie ma jednoznacznego rozwiązania, zatem trzeba podać obie możliwości. Gdyby polecenie brzmiało np. tak: *Oblicz wartość prędkości, z jaką porusza się on po swojej orbicie, jeżeli czas jej jednego okrążenia wynosi około 100 minut*, wówczas nie trzeba by zastanawiać się nad tym, co autor miał na myśli.



Rys. 4

Zadanie 4. Z balkonu znajdującego się na wysokości 5 m nad ziemią dziecko upuściło misia (bez prędkości początkowej). Na wykresie przedstawiono zależność energii potencjalnej i kinetycznej spadającego misia od czasu. Które ze stwierdzeń jest nieprawdziwe:

A. Czas spadania misia był równy 1 s.

B. Masa misia wynosi 0,1 kg.

C. Podczas spadania misia działają siły oporu.

D. Miś uderzył w ziemię z prędkością 12 m/s.

[matura z fizyki 2005, zad. 4.]

W teście należało zaznaczyć jedną właściwą odpowiedź na każde pytanie, tyle że w tym zadaniu znajduję ich aż trzy. Jedną z nich jest D (lecąc ku ziemi przez sekundę bez działania dodatkowych sił, miś mógł rozwinąć najwyżej prędkość równą $g \cdot 1$s, gdzie g jest przyspieszeniem ziemskim, czyli trochę mniejszą niż 10 m/s). Z wykresu jasno wynika, że w ruchu działał opór powietrza (inaczej energia potencjalna na początku ruchu byłaby taka sama, jak kinetyczna na końcu), a to oznacza, że zdanie C jest prawdziwe (oczywiście można tę odpowiedź uznać za prawdziwą, po prostu wiedząc, że opory występują w każdym ruchu w atmosferze ziemskiej!). Jednak zakreślić oprócz D można również A i B! Odczytując początkową wartość energii potencjalnej, mamy $mgh = 5$ J, a wiedząc, że $h = 5$ m i $g < 10$ m/s^2, otrzymujemy $m > 0{,}1$ kg, co oznacza, że zdanie B jest nieprawdziwe – w zadaniu nie powiedziano, że jako przyspieszenie ziemskie należy przyjąć 10 m/s^2, a gdyby nawet takie założenie jednak przyjąć i uznać zdanie B za prawdziwe, to i tak zakreślić można A, ze wzoru $h = \frac{gt^2}{2}$ mamy bowiem $t = 1$ s, ale wzór ten działa tylko przy spadku bez sił oporu, co jednak wykluczyliśmy, uznając za prawdziwą odpowiedź C, zatem czas spadania misia jest dłuższy (innymi słowy zdania A i C wzajemnie się wykluczają!). Okazuje się, że dane, jakie niesie podany w treści zadania wykres, są sprzeczne (sugerują, że opór powietrza jest i jednocześnie go nie ma), a jak wiadomo, z fałszywych przesłanek wynika wszystko, więc z tego względu właściwie **każda** udzielona przez ucznia odpowiedź jest poprawna.

Część osób stwierdzi zapewne, że egzaminowany uczeń nie zauważa takich subtelności. Tym gorzej. Ale czy to wystarczający powód, aby niestarannie, niejednoznacznie czy wręcz błędnie formułować egzaminacyjne zadania? Przecież to właśnie nauczyciele przedmiotów ścisłych powinni uczyć precyzji wyrażania się.

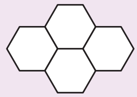
Krzysztof Pietrzyk, Myślenice

A teraz spróbuj sam...

Co autor miał na myśli?

1. [egzamin SP 2006, zad. 8] Dlaczego żadna z odpowiedzi nie jest poprawna?

Ile osi symetrii ma narysowany fragment tapety?



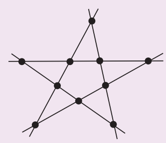
A. 6, B. 2, C. 1, D. 4.

2. [informator maturalny 2005 – fizyka, zad. 2] Dlaczego odpowiedź B wzięta „z klucza" nie jest poprawna?

Uczeń rzucił kamyk pionowo do góry. Kamyk wzniósł się na maksymalną wysokość 5 m i po upływie 2 s został złapany przez ucznia w miejscu, z którego został wyrzucony. Wartość prędkości średniej w ruchu kamyka wynosiła:
A. ok. 10 m/s, B. ok. 5 m/s,
C. ok. 2,5 m/s, D. 0 m/s

3. [finał Międzynarodowego Konkursu Matematycznego „Matematyka bez granic" 2002, zad. 8] Dlaczego rysunek podany jako odpowiedź nią nie jest?

Berlin, Cardiff, Göteborg, Lozanna, Madryt, Neapol, Paryż, Pilzno, Utrecht i Warszawa to 10 europejskich miast. Na mapie zwróciło moją uwagę, że każde 4 z tych miast leżą na jednej z 5 prostych. Zaznacz 10 punktów, z których każde 4 leżą na jednej z 5 prostych.



Odpowiedzi szukajcie w numerze.

Donosy

Bridges London

Dziewiąta edycja konferencji *Bridges* poświęconej związkom matematyki ze sztuką, muzyką i naukami przyrodniczymi odbyła się w sierpniu 2006 r. w Londynie. Jej organizatorem był Instytut Pedagogiki Uniwersytetu Londyńskiego. Głównymi tematami wykładów, warsztatów i wystaw były: wizualizacja matematyki, matematyka i muzyka, grafika komputerowa, symetria, origami, matematyka i architektura, parkietaże, związki matematyki z naukami humanistycznymi, sztuka inspirowana geometrią i wiele innych. Zorganizowano też dzień otwarty dla dzieci i rodziców. Więcej informacji i wspaniałe galerie zdjęć można znaleźć na stronie http://www.lkl.ac.uk/bridges/.